
Vorlesung: Prof. Dr. Thorsten Schmidt

Übung: Wahid Khosrawi-Sardroudi

<http://http://www.stochastik.uni-freiburg.de/lehre/ss-2017/vorlesung-discrete-time-finance-ss-2017>

Übung 5

Abgabe: 30.05.2017 zu Beginn der Übung.

Aufgabe 1 (4 Punkte). Sei E ein normierter Raum und $V \subset E$ eine abgeschlossene konvexe Teilmenge. Zeigen Sie: Wenn $(x_n)_{n \geq 0} \subset V$ eine schwach konvergente Folge ist mit $x_n \xrightarrow{w} x$ (d.h. x_n konvergiert schwach gegen ein x), $x \in V$ folgt.

Hinweis: Normierte Räume sind lokal konvex, zeigen!

Aufgabe 2 (0,5+0,5+0,5+2,5 Punkte). Seien $(J_i)_{i \in \mathbb{N}}$ eine Folge von i.i.d. verteilten Zufallsvariablen und N ein zu diesen unabhängiger Poissonprozess mit Intensität λ . Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz von

$$X_t = \sum_{i=1}^{N_t} J_i,$$

für die Fälle in denen die J_i

- (a) $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$,
- (b) $\text{Poi}(\lambda)$,
- (c) $\text{Exp}(\lambda)$

verteilt sind.

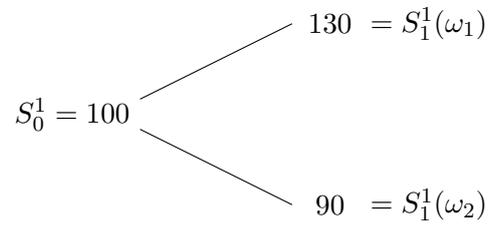
- (d) Bestimmen Sie auch die charakteristischen Funktionen.

Aufgabe 3 (3+1 Punkte). Wir betrachten nun die Prozess X aus Aufgabe 2. Unter welchen Voraussetzungen an den J_i hat X unabhängige und stationäre Zuwächse? Für den Prozess

$$Y_t = X_t - bt,$$

welche Bedingung muss b erfüllen damit Y ein Martingal ist?

Aufgabe 4 (4 Punkte). Gegeben sei ein einperiodiges Finanzmarktmodell mit $\Omega = \{\omega_1, \omega_2\}$ und $\mathbb{P}(\omega_i) > 0$ für alle i . In diesem Markt gebe es eine risikoloses Bankkonto mit $r = 0.1$, i.e. $S_0^0 = 1, S_1^0 = 1.1$. Bestimmen Sie die Menge der EMM.



Wir erweitern den Markt um ein weiteres Wertpapier C . Dieses ist ein Derivat mit $C_1(\omega_1) = 30$ und $C_1(\omega_2) = 0$. Wie muss der anfängliche Preis C_0 zum Zeitpunkt $t = 0$ lauten damit das Modell arbitragefrei bleibt?