

Übungen zur Vorlesung “Mathematik II für Studierende des Ingenieurwesens“

Blatt 11

Abgabetermin: Freitag, 14.07.2017, bis 14:00 Uhr in den Briefkästen im Gebäude 051.
(Geben Sie auf jedem Lösungsblatt Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe an.
Sie dürfen maximal zu zweit abgeben.)

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Berechnen Sie den Flächeninhalt der Ellipse $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid ax^2 + by^2 \leq 1\}$ mit Hilfe des Cavalierischen Prinzips.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

- a) Sei $B \subseteq \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}$ und $A = \{(x \cos(\varphi), x \sin(\varphi), z) \mid (x, z) \in B, 0 \leq \varphi \leq 2\pi\}$ die Figur, die entsteht, wenn man B um die z -Achse rotiert. Berechnen Sie das Volumen von A .
- b) Berechnen Sie das Volumen eines Volltorus, d.h. derjenigen Figur A , die durch Rotation der Kreisfläche $B = \{(x, z) \mid (x - R)^2 + z^2 \leq r^2\}$ mit Mittelpunkt $(R, 0)$ (in der x - z -Ebene) und Radius $r < R$ um die z -Achse entsteht.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Sei $B = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1\}$. Zeigen Sie, dass B Jordan-messbar ist (als Teilmenge des \mathbb{R}^2) mit $|B| = 0$.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Sei $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2y^2 - x \leq 1, x \leq 1\}$. Berechnen Sie den Schwerpunkt des Körpers, der durch Rotation der Fläche S um den Winkel π um die x -Achse entsteht.