

Übung 1

Abgabetermin Hausaufgaben: 11.11.2015 in der Vorlesung

Aufgabe 1. Sei \mathbb{F} eine nicht rechtsstetige Filtration. Definieren Sie die kleinste rechtsstetige Filtration, die \mathbb{F} enthält

Aufgabe 2. Seien $\mathbb{F} \subset \mathbb{G}$ zwei Filtrationen welche die usual conditions erfüllen und M ein \mathbb{G} -Martingal. Es gibt einen càdlàg process \hat{M} , für den gilt, dass

$$\hat{M}_t = E[M_t | \mathcal{F}_t], \quad t \geq 0.$$

Zeigen Sie, dass \hat{M} ein \mathbb{F} -Martingal ist.

Aufgabe 3. Seien $\mathbb{F} \subset \mathbb{G}$ zwei Filtrationen und T eine \mathbb{F} -Stopppzeit (bzw. eine vorhersehbare Zeit). Zeigen Sie, dass T auch eine \mathbb{G} -Stopppzeit (vorhersehbare Zeit) ist. Geben Sie ein Beispiel an, wo T eine \mathbb{G} -Stopppzeit aber keine \mathbb{F} -Stopppzeit ist (eine \mathbb{G} -vorhersehbare Zeit, eine \mathbb{F} -Stopppzeit aber keine \mathbb{F} -vorhersehbare Zeit).

Aufgabe 4. Sei B eine Brownsche Bewegung. Zeigen Sie, dass $M_t = \exp(\lambda B_t - \lambda^2 t/2)$ gegen 0 konvergiert für $t \rightarrow \infty$.