

# Übungen zur Vorlesung “Mathematische Statistik“

Wintersemester 2015/16, Blatt 8

**Abgabetermin:** 16.12.2015, zu Beginn der Vorlesung  
(Geben Sie auf jedem Lösungsblatt Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe an.  
Bitte nur maximal zu zweit abgeben.)

## Aufgabe 29

(4 Punkte)

Eine Münze hat Wahrscheinlichkeit  $1/3$  oder  $1/2$  für Kopf und wird einmal geworfen.  $X$  sei die Anzahl von Kopf bei diesem Wurf. Sei  $\aleph = \{d_0, d_1\}$ , wobei  $d_i$  für  $i = 0, 1$  die Entscheidung ist: ‘Die Münze hat Wahrscheinlichkeit  $1/(2+i)$  für Kopf’. Der Verlust sei 1 für eine falsche Entscheidung und 0 für eine richtige Entscheidung.

- a) Geben Sie das Entscheidungsproblem an und berechnen Sie die Risikofunktion.
- b) Bestimmen Sie die Klasse  $\mathcal{D}_{nr}$  aller nicht-randomisierten Entscheidungsfunktionen und deren Risikofunktionen.
- c) Welche dieser Entscheidungsfunktionen sind
  - i)  $\mathcal{D}_{nr}$ -zulässig,
  - ii)  $\mathcal{D}_{nr}$ -Bayes-Verfahren,
  - iii)  $\mathcal{D}_{nr}$ -minimax?

## Aufgabe 30

(4 Punkte)

Sei  $\mathcal{P} = \aleph = \{1, 2, 3\}$  und  $\ell(\theta, a) = 1_{\{a=\theta\}}$ . Konstruieren Sie ein nichttriviales Modell  $\{X, \mathbb{P}_\theta : \theta \in \mathcal{P}\}$  und eine a-priori-Verteilung  $\pi$  auf  $\mathcal{P}$ , sodass ein zugehöriges Bayes-Verfahren nicht zulässig ist.

## Aufgabe 31

(4 Punkte)

Generieren Sie eine wie in Theorem 2 verteilte Familie von Zufallsvariablen  $R_1, \dots, R_{100}$  mit  $n_0 = n_1 = 50$ . Überprüfen Sie mit einem geeigneten statistischen Test die Hypothese, dass  $(R_i - n/2)/(\sqrt{n}/2)$ ,  $i = 1, \dots, 100$  nach  $\mathcal{N}(0, 1)$  verteilt ist.

HINWEIS: Das Paket `randtests` könnte beim Generieren von  $R_1, \dots, R_{100}$  hilfreich sein.

(bitte wenden)

### Aufgabe 32

(4 Punkte)

Ist die Dezimaldarstellung von  $\pi = 3.14\dots$  eine gute pseudozufällige Folge? Um dies herauszufinden, testen sie die ersten 10000 Stellen von  $\pi$  auf Zufälligkeit mit Hilfe des Wald-Wolfowitz-Tests.

HINWEIS: Die ersten Stellen von  $\pi$  erhalten Sie etwa auf

<http://thestarman.pcministry.com/math/pi/picalcs.htm>.

Außerdem könnten (beim Einlesen dieser Stellen in R) folgende Funktionen hilfreich sein: `fread` (aus einem extra zu installierenden Paket), `as.character`, `strsplit`, `as.numeric`.